

# Математика

## Зразки завдань

### Розділ 1. Числа і вирази

#### Завдання з вибором однієї правильної відповіді

Завдання 1-40 мають по п'ять варіантів відповіді, серед яких лише один правильний. Правильно виконане завдання оцінюється 1 балом.

1. У коробці знаходиться не більше 50 цукерок. Цукерки можна порівну розділити між двома або трьома дітьми, але не можна між чотирма. Яка найбільш можлива кількість цукерок може бути в коробці?

А	Б	В	Г	Д
50	48	46	44	42

2. Будівельна компанія закупила для нового будинку металопластикові вікна та двері у відношенні 4:1. Укажіть число, яким може виражатися загальна кількість вікон і дверей у цьому будинку.

А	Б	В	Г	Д
41	45	54	68	81

3. У Оксани є певна кількість горіхів. Коли вона розклала їх у купки по 5 горіхів, то два горіхи залишилися, а коли розклала їх по 3, то зайвих горіхів не виявилось. Яка кількість горіхів із запропонованих варіантів могла бути в Оксани?

А	Б	В	Г	Д
32	45	57	63	81

4. Знайдіть натуральне одноцифрове число  $N$ , коли відомо, що сума  $510+N$  ділиться на 9 без остачі.

А	Б	В	Г	Д
1	3	5	6	9

5. Яку з цифр потрібно підставити замість \* у число  $\overline{2345*}$ , щоб воно ділилося на 3 без остачі?

А	Б	В	Г	Д
0	2	4	5	6

6. Обчисліть  $\left(1,2 + \frac{2}{9}\right) \cdot \frac{5}{16}$ .

А	Б	В	Г	Д
$\frac{1}{3}$	$\frac{5}{28}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{5}{9}$	$\frac{5}{8}$

7. На скільки  $\frac{2}{3}$  числа 450 більше за 0,15 числа 480?

А	Б	В	Г	Д
118	150	228	300	372

8. Укажіть правильну нерівність.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{3}{8} > \frac{5}{8}$	$\frac{7}{2} < \frac{7}{3}$	$\frac{8}{9} > \frac{9}{8}$	$\frac{5}{6} > \frac{4}{5}$	$\frac{19}{21} < \frac{6}{7}$

9. Визначте кількість усіх дробів із знаменником 28, які більші за  $\frac{4}{7}$ , але менші за  $\frac{3}{4}$ .

А	Б	В	Г	Д
шість	чотири	три	два	один

10. Визначте кількість усіх дробів із знаменником 24, які більші за  $\frac{5}{6}$ , але менші за 1.

А	Б	В	Г	Д
два	три	чотири	п'ять	шість

11. Розташуйте в порядку зростання числа:  $2^{30}$ ;  $3^{20}$ ;  $7^{10}$ .

А	Б	В	Г	Д
$7^{10}; 2^{30}; 3^{20}$	$7^{10}; 3^{20}; 2^{30}$	$2^{30}; 3^{20}; 7^{10}$	$2^{30}; 7^{10}; 3^{20}$	$3^{20}; 2^{30}; 7^{10}$

12. Розташуйте в порядку спадання числа  $\sqrt{5}$ ;  $2^{\log_2 5}$ ;  $\frac{5}{2}$ .

А	Б	В	Г	Д
$2^{\log_2 5}; \frac{5}{2}; \sqrt{5}$	$\frac{5}{2}; \sqrt{5}; 2^{\log_2 5}$	$\frac{5}{2}; 2^{\log_2 5}; \sqrt{5}$	$\sqrt{5}; \frac{5}{2}; 2^{\log_2 5}$	$2^{\log_2 5}; \sqrt{5}; \frac{5}{2}$

13. Укажіть правильну нерівність, якщо  $a = 5\sqrt{2}$ ,  $b = 7$ ,  $c = \sqrt{51}$ .

А	Б	В	Г	Д
$b < a < c$	$a < b < c$	$c < a < b$	$a < c < b$	$b < c < a$

14. Порівняйте числа:  $4$ ;  $2\sqrt{5}$ ;  $\sqrt{17}$ .

А	Б	В	Г	Д
$2\sqrt{5} < 4 < \sqrt{17}$	$4 < \sqrt{17} < 2\sqrt{5}$	$\sqrt{17} < 2\sqrt{5} < 4$	$4 < 2\sqrt{5} < \sqrt{17}$	$2\sqrt{5} < \sqrt{17} < 4$

15. Банк сплачує своїм вкладникам 8% річних. Скільки грошей треба покласти на рахунок, щоб через рік отримати 60 грн прибутку?

А	Б	В	Г	Д
1150 грн	1050 грн	950 грн	850 грн	750 грн

16. За переказ грошей клієнт повинен сплатити банку винагороду в розмірі 2% від суми переказу. Скільки всього грошей (у гривнях) йому потрібно сплатити в касу банку, якщо сума переказу становить 30 000 грн?

А	Б	В	Г	Д
36 000 грн	30 600 грн	30 060 грн	30 030 грн	30 006 грн

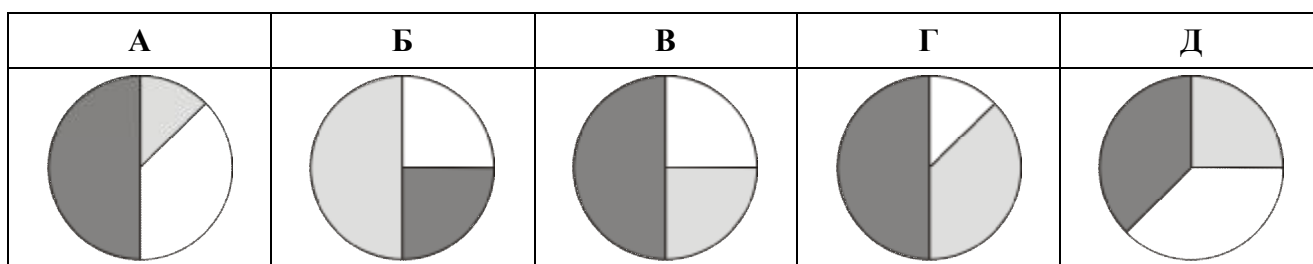
17. Кількість дівчат у класі складає 60% від кількості хлопців. Який відсоток усіх учнів складають хлопці?

А	Б	В	Г	Д
60%	62,5%	75%	85%	95,2%

18. Товар подешевшав на 20%. На скільки відсотків більше можна купити товару за ту ж саму суму грошей?

А	Б	В	Г	Д
$\frac{1}{5}\%$	$\frac{1}{4}\%$	10%	20%	25%

19. У кабінеті математики 50% усіх книг – підручники з алгебри, 25% решти книг – підручники з геометрії, а всі інші книги – посібники з підготовки до ЗНО. На якій із діаграм правильно показано розподіл книг?



- підручники з алгебри, 
 - підручники з геометрії, 
 - посібники

20. Обчисліть  $\sqrt{(-3)^2} + \sqrt[3]{(-5)^3}$ .

А	Б	В	Г	Д
15	8	2	-8	-2

21. Обчисліть  $\frac{\sqrt[3]{128}}{\sqrt[3]{2}}$ .

А	Б	В	Г	Д
64	18	8	4	2

22. Обчисліть  $\sqrt{125^5 \sqrt[3]{32}} - 5^{\frac{1}{2}}$ .

А	Б	В	Г	Д
$11\sqrt{5}$	$10\sqrt{2} - \sqrt{5}$	9	$9\sqrt{5}$	$\sqrt[10]{4000} - \sqrt{5}$

23. Обчисліть  $3^{-\frac{5}{3}} \cdot 81^{\frac{3}{4}}$ .

А	Б	В	Г	Д
$\frac{1}{\sqrt{3}}$	9	$\frac{1}{3}$	3	$\sqrt{3}$

24. Обчисліть  $2\log_2 4 - \log_2 8$ .

А	Б	В	Г	Д
-2	-1	1	2	7

25. Обчисліть  $\log_{\frac{1}{25}} \sqrt{5}$ .

А	Б	В	Г	Д
$-\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{2}$	-2	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

26. Обчисліть  $6^{2\log_6 5}$ .

А	Б	В	Г	Д
32	25	10	6	5

27. Обчисліть  $\log_5 49 + 2\log_5 \frac{5}{7}$ .

А	Б	В	Г	Д
0	1	2	4	25

28. Обчисліть  $\cos^4 \frac{\pi}{12} - \sin^4 \frac{\pi}{12}$ .

А	Б	В	Г	Д
1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	інша відповідь

29. Обчисліть  $\left( \sin \frac{\pi}{12} - \cos \frac{\pi}{12} \right)^2$ .

А	Б	В	Г	Д
$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{2+\sqrt{3}}{2}$	$\frac{2-\sqrt{3}}{2}$	інша відповідь

30. Обчисліть  $\sqrt{(2\sin 45^\circ + 1)^2} - \sqrt{(1 - 2\cos 45^\circ)^2}$ .

А	Б	В	Г	Д
1	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{2}$	2

31. Спростіть вираз  $\frac{3x+12}{x^2-16}$ .

А	Б	В	Г	Д
$\frac{3}{4-x}$	$\frac{3}{x+4}$	$\frac{3}{x-4}$	$-\frac{3}{x+4}$	$\frac{1}{x-4}$

32. Знайдіть вираз, що тотожно рівний виразу  $x^4 + x^3 - x - 1$ .

А	Б	В	Г	Д
$(x+1)^2(x^2+x+1)$	$(x^2-x+1)(x-1)^2$	$(x-1)^3(x+1)$	$(x-1)(x+1)^3$	$(x^2-1)(x^2+x+1)$

33. Спростіть вираз  $\frac{a^2-b^2}{a-b} - \frac{a^3-b^3}{a^2-b^2}$ .

А	Б	В	Г	Д
$a+b$	$ab$	$\frac{ab}{a+b}$	$ab(a+b)$	$\frac{ab}{a^2-b^2}$

34. Знайдіть значення виразу  $\frac{\sqrt{9+a^2-6a}}{a-3}$ , якщо  $a = 2,5$ .

А	Б	В	Г	Д
-1	-0,5	0	0,5	1

35. Знайдіть значення виразу  $\frac{x-5}{\sqrt{25-10x+x^2}}$ , якщо  $x = 4,5$ .

А	Б	В	Г	Д
-1	-0,5	0,5	1	-0,25

36. Обчисліть  $\log_a \sqrt{ab}$ , якщо  $\log_a b = 7$ .

А	Б	В	Г	Д
$\frac{2}{3}$	2	3	$\frac{7}{2}$	4

37. Обчисліть  $\lg(5a) + \lg(2b)$ , якщо  $\lg(ab) = 5$ ,  $a > 0$ ,  $b > 0$ .

А	Б	В	Г	Д
2	1	10	5	6

38. Спростіть вираз  $(1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha) \cdot \cos^2 \alpha$ .

А	Б	В	Г	Д
1	$\cos 2\alpha$	$\sin^2 \alpha$	$\operatorname{tg}^2 \alpha$	$\operatorname{ctg}^2 \alpha$

39. Знайдіть значення виразу  $\frac{4 \sin \alpha - \cos \alpha}{\cos \alpha + 4 \sin \alpha}$ , якщо  $\operatorname{ctg} \alpha = \frac{1}{3}$ .

А	Б	В	Г	Д
$\frac{3}{13}$	$\frac{11}{13}$	3	$-\frac{1}{3}$	$\frac{4}{13}$

40. Знайдіть значення виразу  $\sin \alpha + \sin \beta$ , якщо  $\alpha - \beta = 180^\circ$ .

А	Б	В	Г	Д
1	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	інша відповідь

### Завдання з короткою відповіддю

У завданнях 41-53 правильна відповідь оцінюється 2 балами

41. Ресторан швидкого харчування в рекламних цілях спочатку знизив ціну комплексного обіду на 20%, але згодом нову ціну підвищив на 30%. На скільки відсотків кінцева ціна обіду є більшою від початкової?

42. Обчисліть  $(\sqrt[6]{27} + \sqrt[4]{64}) \cdot (\sqrt[6]{27} - \sqrt[4]{64})$ .

43. Знайдіть значення виразу  $\frac{53}{8 - \sqrt{11}} + \frac{2}{\sqrt{13} + \sqrt{11}} - \frac{9}{\sqrt{13} + 2}$ .

44. Обчисліть  $\frac{2^{-1.6} \cdot 4^{4.8}}{8^{\frac{2}{3}}}$ .

45. Обчисліть  $\frac{1}{25} \cdot 9^{\log_3 \sqrt{14} + 0.5}$ .

46. Обчисліть  $\log_3 4 \cdot \log_4 5 \cdot \log_5 7 \cdot \log_7 81$ .

47. Обчисліть  $2 \sin 15^\circ \cos 15^\circ \operatorname{tg} 30^\circ \operatorname{ctg} 30^\circ$ .

48. Обчисліть  $2 \cos 160^\circ \cdot \cos 140^\circ \cdot \cos 100^\circ$ .

49. Обчисліть  $2\sqrt{13} \cos\left(\operatorname{arctg} \frac{2}{3}\right)$ .

50. Обчисліть  $8 \operatorname{ctg}\left(\operatorname{arcsin} \frac{4}{5}\right)$ .

51. Знайдіть значення виразу  $\frac{2a}{a^2 - b^2} - \frac{1}{a + b}$ , якщо  $a = -3,73$  і  $b = 0,27$ .

52. Обчисліть  $\cos \alpha$ , якщо  $\sin \alpha = 0,8$  і  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ .

53. Знайдіть значення виразу  $\sin 2\alpha$ , якщо  $\operatorname{ctg} \alpha = -\frac{1}{2}$ .

## Розділ 2. Рівняння і нерівності

### Завдання з вибором однієї правильної відповіді

Завдання 1-34 мають по п'ять варіантів відповіді, серед яких лише один правильний. Правильно виконане завдання оцінюється 1 балом.

1. Задано рівняння:

$$\log_2 x - \log_2(x-2) = 1, \quad (1)$$

$$\cos x = 1 - \sqrt{3}, \quad (2)$$

$$|x+2| = -3, \quad (3)$$

$$\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = -\pi. \quad (4)$$

Укажіть рівняння, які не мають коренів на множині дійсних чисел.

А	Б	В	Г	Д
(1) і (4)	(2) і (3)	(1) і (2)	(3) і (4)	інша відповідь

2. Скільки всього коренів має рівняння  $x|x| - 5x = 0$ ?

А	Б	В	Г	Д
чотири	три	два	один	інша відповідь

3. Скільки всього коренів має рівняння  $x^3 - 4|x| = 0$ ?

А	Б	В	Г	Д
жодного	один	два	три	більше трьох

4. Розв'яжіть рівняння  $|x^2 + 2x| = 1$ .

А	Б	В	Г	Д
-1	-1; $1 - \sqrt{2}$	-1; $1 - \sqrt{2}$ ; $1 + \sqrt{2}$	-1; $-1 - \sqrt{2}$	-1; $-1 - \sqrt{2}$ ; $-1 + \sqrt{2}$

5. Укажіть проміжок, якому належить корінь рівняння  $4^x = \frac{1}{64}$ .

А	Б	В	Г	Д
$[-4; -1)$	$[2; 5]$	$(-18; -4)$	$[0; 2)$	$[-1; 0)$

6. Розв'яжіть рівняння  $3^x = \frac{2\sqrt{3}}{6}$ .

А	Б	В	Г	Д
рівняння не має коренів	-1	-0,5	0,5	1

7. Розв'яжіть рівняння  $5^x = \frac{125}{\sqrt{5}}$ .

А	Б	В	Г	Д
$\frac{5}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	рівняння не має коренів

8. Знайдіть суму коренів рівняння  $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2+1} = 4^{1-2x}$ .

А	Б	В	Г	Д
-4	-2	2	4	5

9. Розв'яжіть рівняння  $\sqrt[3]{8^x} = \sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{2}$ .

А	Б	В	Г	Д
$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{2}{5}$

10. Розв'яжіть рівняння  $2 \sin x = 1$ .

А	Б	В	Г	Д
$\pm \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z$	$(-1)^n \frac{\pi}{3} + \pi n, n \in Z$	$(-1)^n \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z$	$\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z$	$(-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in Z$

11. Розв'яжіть рівняння  $\sin(3x) = \frac{1}{2}$ .

А	Б	В	Г	Д
$(-1)^n \frac{\pi}{9} + \frac{\pi n}{3}, n \in Z$	$\pm \frac{\pi}{18} + \frac{2\pi n}{3}, n \in Z$	$(-1)^n \frac{\pi}{18} + \frac{\pi n}{3}, n \in Z$	$\pm \frac{\pi}{9} + \frac{2\pi n}{3}, n \in Z$	$(-1)^n \frac{\pi}{18} + \pi n, n \in Z$

12. Розв'яжіть рівняння  $\operatorname{tg} \frac{x}{2} = \sqrt{3}$ .

А	Б	В	Г	Д
$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{3} + \pi n, n \in Z$	$\frac{2\pi}{3} + \pi n, n \in Z$	$\frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z$	інша відповідь

13. Розв'яжіть рівняння  $\sin x + \cos x = 0$ .

А	Б	В	Г	Д
$\frac{\pi}{4} + \pi n, n \in Z$	$-\frac{\pi}{4} + \pi n, n \in Z$	$\pm \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in Z$	$-\frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in Z$	$\frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in Z$

14. Розв'яжіть рівняння  $\sin x - \sqrt{3} \cos x = 0$ .

А	Б	В	Г	Д
$-\frac{\pi}{6} + \pi n, n \in Z$	$-\frac{\pi}{3} + \pi n, n \in Z$	$\frac{\pi}{6} + \pi n, n \in Z$	$\frac{\pi}{3} + \pi n, n \in Z$	$\frac{\pi}{2} + \pi n, n \in Z$



15. Розв'яжіть рівняння  $\sin^2 x = 2 \sin x$ .

А	Б	В	Г	Д
$(-1)^n \arcsin 2 + \pi n, n \in Z$	$\pi n, n \in Z$	$\pi + 2\pi n, n \in Z$	$2\pi n, n \in Z$	$\frac{3\pi}{2} + \pi n, n \in Z$

16. Якщо  $\frac{2}{a} = b - \frac{1}{c}$ , то  $a =$

А	Б	В	Г	Д
$\frac{2c}{bc-1}$	$\frac{bc-2}{c}$	$\frac{c}{bc+2}$	$\frac{c}{1-bc}$	$\frac{2b+c}{c}$

17. Якщо  $\frac{1}{a} = \frac{1}{b} - \frac{1}{c}$ , то  $c =$

А	Б	В	Г	Д
$\frac{ab}{a-b}$	$\frac{ab}{b-a}$	$a-b$	$\frac{1}{a} - \frac{1}{b}$	$\frac{a-b}{ab}$

18. Якщо  $F = \frac{GMm}{R^2}$  і  $R > 0$ , то  $R =$

А	Б	В	Г	Д
$\sqrt{FGMm}$	$\sqrt{\frac{Mm}{GF}}$	$\sqrt{\frac{GF}{Mm}}$	$\sqrt{\frac{F}{GMm}}$	$\sqrt{\frac{GMm}{F}}$

19. Якщо  $R = \frac{mv^2}{2T}$ , де  $v > 0$ ,  $m \neq 0$ ,  $T \neq 0$ , то  $v =$

А	Б	В	Г	Д
$\frac{2RT}{m}$	$\sqrt{\frac{RT}{2m}}$	$\sqrt{\frac{m}{2RT}}$	$\frac{m}{2RT}$	$\sqrt{\frac{2RT}{m}}$

20. Якщо  $a = 1 - \frac{b}{c}$ , то  $b =$

А	Б	В	Г	Д
$c(1-a)$	$c(a-1)$	$\frac{c}{1-a}$	$\frac{1-a}{c}$	$1-ac$

21. Розв'яжіть нерівність  $a^2 > a$ .

А	Б	В	Г	Д
$(1; +\infty)$	$(0; 1)$	$(-\infty; 0)$	$(-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$	$(-\infty; 1)$

22. Розв'яжіть нерівність  $x + \frac{1}{x-3} > \frac{1}{x-3} - 2$ .

А	Б	В	Г	Д
$(-2; 3)$	$(-2; +\infty)$	$(-\infty; -2) \cup (-2; +\infty)$	$(-\infty; 3) \cup (3; +\infty)$	$(-2; 3) \cup (3; +\infty)$

23. Розв'яжіть нерівність  $\frac{x^2 + 64}{x - 5} > 0$ .

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; 5) \cup (8; +\infty)$	$(-\infty; 5) \cup (5; +\infty)$	$(5; 8)$	$(5; +\infty)$	$(-\infty; 5)$

24. Розв'яжіть нерівність  $\frac{x + 3}{x - 1} < 0$ .

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; -3) \cup (1; +\infty)$	$(-1; 3)$	$(-\infty; -3)$	$(1; +\infty)$	$(-3; 1)$

25. Розв'яжіть нерівність  $\frac{5}{x} \leq 1$ .

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; 0)$	$[5; +\infty)$	$(0; 5]$	$(-\infty; 0) \cup [5; +\infty)$	$(-\infty; 5]$

26. Розв'яжіть нерівність  $\frac{x^2 - 6x + 5}{x - 1} \leq 0$ .

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$	$(1; 5]$	$(-\infty; 1) \cup (1; 5]$	$(-\infty; 5]$	$(5; +\infty)$

27. Розв'яжіть нерівність  $\left(\frac{1}{5}\right)^x \leq \frac{1}{25}$ .

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; 5]$	$(-\infty; 2]$	$(0; 2]$	$[2; +\infty)$	$[5; +\infty)$

28. Розв'яжіть нерівність  $\log_{0,7} x > \log_{0,7} 8$ .

А	Б	В	Г	Д
$(8; +\infty)$	$(0; 8)$	$(-\infty; 8)$	$(-8; 0)$	$(0; +\infty)$

29. Розв'яжіть нерівність  $\log_{0,1} 10 < \log_{0,1} x$ .

А	Б	В	Г	Д
$(10; +\infty)$	$(0; 10)$	$(0,1; 10)$	$(-10; 0)$	$(-\infty; 10)$

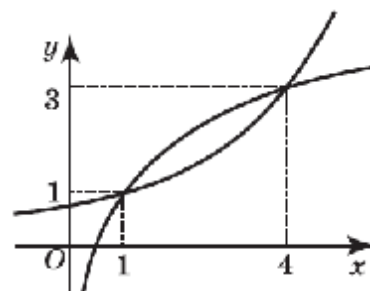
30. Розв'яжіть нерівність  $\log_5 0,2 \cdot \log_5 x > 0$ .

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; 0)$	$(0; 1)$	$(0; +\infty)$	$(1; 5)$	$(5; +\infty)$

31. Розв'яжіть нерівність  $\log_{\frac{1}{4}} 3 \cdot \log_4 x > 0$ .

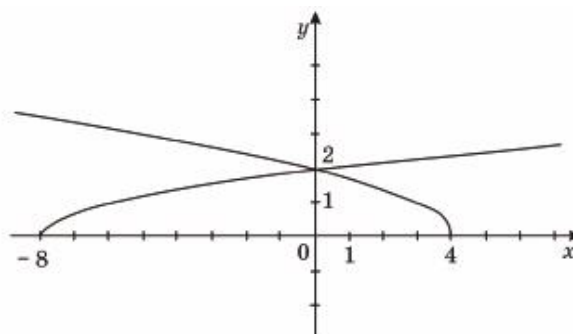
А	Б	В	Г	Д
$(1; +\infty)$	$(0; 4)$	$(0; 1)$	$(4; +\infty)$	$(-\infty; 1)$

32. На рисунку зображено графіки функцій  $f(x) = \log_2 x + 1$  і  $g(x) = \frac{2^x + 5}{7}$ . Скільки всього цілих розв'язків має нерівність  $g(x) \leq f(x)$ ?



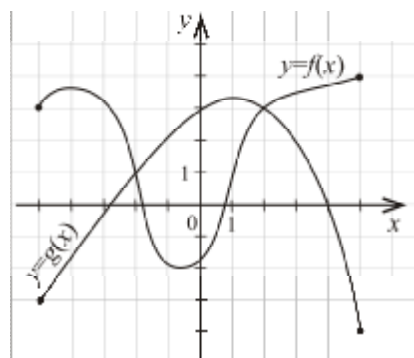
А	Б	В	Г	Д
безліч	чотири	три	два	один

33. На рисунку зображено графіки функцій  $g(x) = \sqrt{4-x}$  і  $f(x) = \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{x+8}$ . Укажіть проміжок, на якому виконується нерівність  $f(x) \leq g(x)$ .



А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; 0]$	$[-8; +\infty)$	$[0; +\infty)$	$[0; 4]$	$[-8; 0]$

34. На рисунку зображено графіки функцій  $y = f(x)$  та  $y = g(x)$ , визначені на проміжку  $[-5; 5]$ . Укажіть усі значення  $x$ , для яких виконується нерівність  $f(x) \leq g(x)$ .



А	Б	В	Г	Д
$[-5; -2] \cup [2; 5]$	$[-2; 2]$	$[-5; -2]$	$[2; 5]$	$[-2; 5]$

## Завдання з короткою відповіддю

У завданнях 35-61 правильна відповідь оцінюється 2 балами

35. Розв'яжіть рівняння  $x^2 + x - 3 = |2x - 1|$ . Якщо рівняння має один корінь, то запишіть його у відповідь. Якщо рівняння кілька коренів, то у відповідь запишіть їх добуток.
36. Розв'яжіть рівняння  $(x + 4)(x + 1) - 3\sqrt{x^2 + 5x + 2} = 6$ . Якщо рівняння має один корінь, то запишіть його у відповідь. Якщо рівняння має кілька коренів, то у відповідь запишіть їх суму.
37. Розв'яжіть рівняння  $\sqrt{x^2 - x - 6} = \sqrt{-2x}$ . Якщо рівняння має один корінь, то запишіть його у відповідь. Якщо рівняння має кілька коренів, то у відповідь запишіть їх добуток.
38. Розв'яжіть рівняння  $x - 5 + \sqrt{2x^2 - 14x + 13} = 0$ . Якщо рівняння має один корінь, то запишіть його у відповідь. Якщо рівняння має кілька коренів, то у відповідь запишіть їх добуток.
39. Розв'яжіть рівняння  $x - 2 - \sqrt{2x^2 - 9x - 2} = 0$ . Якщо рівняння має один корінь, то запишіть його у відповідь. Якщо рівняння має кілька коренів, то у відповідь запишіть їх суму.
40. Розв'яжіть рівняння  $\log_6(x - 3) + \log_6(x - 8) = 2$ . Якщо рівняння має один корінь, то запишіть його у відповідь. Якщо рівняння має кілька коренів, то у відповідь запишіть їх суму.
41. Знайдіть найменше ціле значення параметра  $a$ , при якому рівняння  $\log_8(x + 2) = \log_8(2x - a)$  має корені.
42. Знайдіть найменше ціле число, що є розв'язком нерівності  $\frac{(x - 3)(x + 10)(x^2 + 8x - 9)}{x^2 + 8x - 9} < 0$ .
43. Знайдіть кількість усіх цілих розв'язків нерівності  $\frac{x^2 - x - 12}{(x + 1)^2} \leq 0$ . Якщо нерівність має безліч цілих розв'язків, то у відповідь запишіть число 100.
44. Знайдіть найменше ціле число, що є розв'язком нерівності  $\frac{x^2 + 2x - 3}{|x + 2|} < 0$ .
45. Розв'яжіть нерівність  $\log_{0,7}(x + 4) + \log_{0,7}(x + 6) \geq \log_{0,7} 35$ . У відповідь запишіть суму всіх цілих розв'язків цієї нерівності. Якщо нерівність має безліч цілих розв'язків, то у відповідь запишіть число 100.
46. Розв'яжіть систему рівнянь  $\begin{cases} 2^x \cdot 3^y = 24, \\ 2^y \cdot 3^x = 54. \end{cases}$  Для одержаного розв'язку  $(x_0; y_0)$  системи обчисліть суму  $x_0 + y_0$ .

47. Розв'яжіть систему рівнянь  $\begin{cases} 3^{x-2y} = \frac{1}{3}, \\ 3^x + 3^{2y} = 4\sqrt{3}. \end{cases}$  Для одержаного розв'язку  $(x_0; y_0)$  системи обчисліть добуток  $x_0 \cdot y_0$ .

48. Розв'яжіть систему рівнянь  $\begin{cases} 2^{2y-x} = 32, \\ \log_{\frac{1}{2}}(y-x) = -2. \end{cases}$  Для одержаного розв'язку  $(x_0; y_0)$  системи обчисліть добуток  $x_0 \cdot y_0$ .

49. Розв'яжіть систему рівнянь  $\begin{cases} \cos\left(\frac{\pi}{2}(2x+5)\right) = 1 + (y-1)^8, \\ 4\sin\frac{\pi y}{2} = 4x^2 + 4x + 5. \end{cases}$  Для одержаного розв'язку  $(x_0; y_0)$  системи обчисліть добуток  $x_0 \cdot y_0$ .

50. Знайдіть усі значення параметра  $a$ , при яких система рівнянь  $\begin{cases} ax + 4y = 6 + a, \\ 2x + (2+a)y = 8 \end{cases}$  має безліч розв'язків. Якщо таке значення одне, то запишіть його у відповідь. Якщо таких значень кілька, то у відповідь запишіть їх суму.

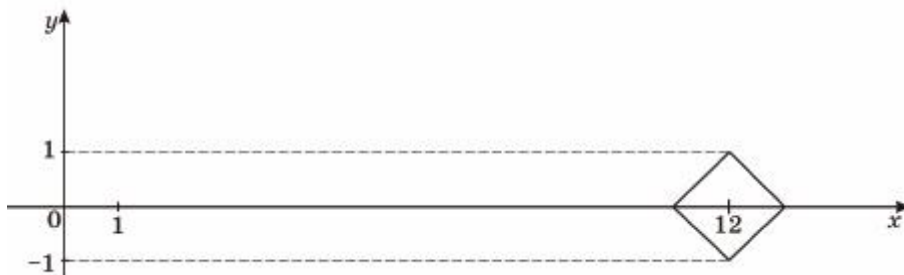
51. Знайдіть усі значення параметра  $a$ , при яких система  $\begin{cases} x^2 + (y-a)^2 = 4, \\ y = -5 \end{cases}$  має єдиний розв'язок. У відповідь запишіть їх суму.

52. Знайдіть найменше значення параметра  $a$ , при якому система  $\begin{cases} x^2 + y^2 = a^2, \\ (x-7)^2 + y^2 = 1 \end{cases}$  має єдиний розв'язок.

53. Знайдіть найбільше ціле значення параметра  $a$ , при якому система рівнянь  $\begin{cases} y-x = a, \\ x^2 + y^2 = 1 \end{cases}$  має два розв'язки.

54. Знайдіть усі значення параметра  $a$ , при яких система рівнянь  $\begin{cases} x^2 + y^2 = 4, \\ y = x^2 + a \end{cases}$  має єдиний розв'язок. Якщо таке значення одне, то запишіть його у відповідь. Якщо таких значень кілька, то у відповідь запишіть їх суму.

55. Використовуючи графік рівняння  $|y| = 1 - |x - 12|$  (див. рисунок), знайдіть усі значення параметра  $a$ , при яких система 
$$\begin{cases} |x - 12| + |y| = 1, \\ (x - a)^2 + y^2 = 4 \end{cases}$$
 має єдиний розв'язок. У відповідь запишіть їх суму.



56. Увесь басейн наповнюється водою через першу трубу за 20 хв, а через другу – за 30 хв. Через скільки хвилин буде наповнений увесь басейн, якщо одночасно відкрити дві труби?
57. Маємо три відра з водою. Якщо чверть води з першого відра перелити до другого, а потім чверть води з другого перелити у третє, то в кожному відрі буде по 9 л води. Скільки літрів води було спочатку у третьому відрі?
58. Маємо два водно-сольових розчини. Концентрація солі в першому розчині становить 0,25, у другому – 0,4. На скільки більше треба взяти кілограмів одного розчину, ніж другого, щоб отримати розчин масою 50 кілограмів, концентрація солі в якому – 0,34?
59. До водно-сольового розчину з концентрацією солі 0,25 долили 100 г води й одержали розчин з концентрацією солі 0,2. Знайдіть початкову масу розчину ( $y$  г).
60. На перегоні, довжина якого дорівнює 240 км, поїзд рухався зі швидкістю на 10 км/год меншою, ніж мала бути за розкладом, і запізнився на 48 хв. З якою швидкістю ( $y$  км/год) мав рухатися поїзд за розкладом?
61. (Задача Л.Пізанського, XII-XIII ст.). Дві вежі, одна з яких заввишки 40 футів, а друга – 30 футів, розташовані на відстані 50 футів одна від одної. До криниці, що знаходиться між ними, одночасно з обох веж злетіли по пташці. Рухаючись з однаковою швидкістю, вони прилетіли до криниці одночасно. Знайдіть відстань від криниці до найближчої вежі ( $y$  футів).

## Завдання з розгорнутою відповіддю

Розв'язання завдань 62-68 повинні мати обґрунтування. Запишіть послідовні логічні дії та пояснення, зробіть посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання завдань рисунками, графіками, схемами, таблицями.

62. Розв'яжіть нерівність  $5^{\sqrt{10x-x^2}} > 0,2^{x-4}$ .

63. Розв'яжіть систему нерівностей 
$$\begin{cases} \frac{(x+3)(x-2)}{x^2-1} \leq 1, \\ 4^{\sqrt{9-x^2}} \leq 0,25^{x-3}. \end{cases}$$

64. Розв'яжіть нерівність  $2 \cdot \sqrt{x^2 - 6x + 9} - \sqrt{(x-1)^2 + 4x} \leq x$ .

65. Задано функцію  $f(x) = \frac{3 \cos x (\cos x - 1)}{\sin^2 x} + 1$ .

Знайдіть:

а) область визначення функції  $f(x)$ ;

б) нулі функції  $f(x)$ ;

в) усі розв'язки нерівності  $f(x) \geq 0$ .

66. Розв'яжіть рівняння  $2(\operatorname{tg}^2 x + \operatorname{ctg}^2 x + 2) + a^2 = 3a(\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x)$ , якщо  $x \neq \frac{\pi n}{2}$ , де  $n \in \mathbb{Z}$ .

67. Розв'яжіть рівняння  $\sin 2x - a\sqrt{\sin x} \sqrt{\cos x} + 2a - 8 = 0$ .

68. Розв'яжіть нерівність  $(x^2 - 2\sqrt{a} \cdot x + 1)(2^x + \lg a) < 0$ .

### Розділ 3. Функції

#### Завдання з вибором однієї правильної відповіді

Завдання 1-31 мають по п'ять варіантів відповіді, серед яких лише один правильний. Правильно виконане завдання оцінюється 1 балом.

1. Яка з поданих нижче послідовностей є арифметичною прогресією?

А	Б	В	Г	Д
9; 7; 4; 1	-4; -2; 0; 1	3; 6; 12; 24	1; 3; 6; 10	3; 7; 11; 15

2. Задано геометричну прогресію  $(b_n)$ , перший член якої  $b_1 = 32$  і знаменник  $q = -\frac{1}{2}$ .  
Знайдіть  $b_4$ .

А	Б	В	Г	Д
-4	4	-2	2	-1

3. Знайдіть область визначення функції  $y = \sqrt{x+9}$ .

А	Б	В	Г	Д
$[3; +\infty)$	$[9; +\infty)$	$[-3; +\infty)$	$[-9; +\infty)$	$[-9; 9]$

4. Знайдіть область визначення функції  $y = \frac{\sqrt{x+2}}{2^x - 1}$ .

А	Б	В	Г	Д
$[-2; 0) \cup (0; +\infty)$	$[-2; +\infty)$	$(-2; 0) \cup (0; +\infty)$	$(-\infty; -2]$	$(-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$

5. Знайдіть область визначення функції  $y = \sqrt[6]{4-x^2}$ .

А	Б	В	Г	Д
$[-2; 2]$	$(-\infty; 4]$	$[-4; +\infty)$	$[0; 2]$	$[2; +\infty)$

6. Знайдіть область значень функції  $y = \sqrt{x^2 + 9} - 6$ .

А	Б	В	Г	Д
$[9; +\infty)$	$[0; +\infty)$	$[3; +\infty)$	$[-3; +\infty)$	$(-\infty; +\infty)$

7. Знайдіть область значень функції  $y = 2^{-|x|}$ .

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; +\infty)$	$(0; +\infty)$	$(0; 1)$	$[1; +\infty)$	$(0; 1]$

8. Знайдіть область значень функції  $y = 5 - 2 \sin x$ .

А	Б	В	Г	Д
$[-2; 2]$	$[-2; 7]$	$(-\infty; +\infty)$	$[2; 3]$	$[3; 7]$



9. Знайдіть область значень функції  $f(x) = (\sin x + \cos x)^2$ .

А	Б	В	Г	Д
$[1; 2]$	$[0; 2]$	$[-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$	$[0; 1]$	інша відповідь

10. Яка з функцій спадає на інтервалі  $(0; +\infty)$ ?

А	Б	В	Г	Д
$y = \log_7 x$	$y = 3x - 5$	$y = \operatorname{ctg} x$	$y = 5^x$	$y = \frac{1}{x}$

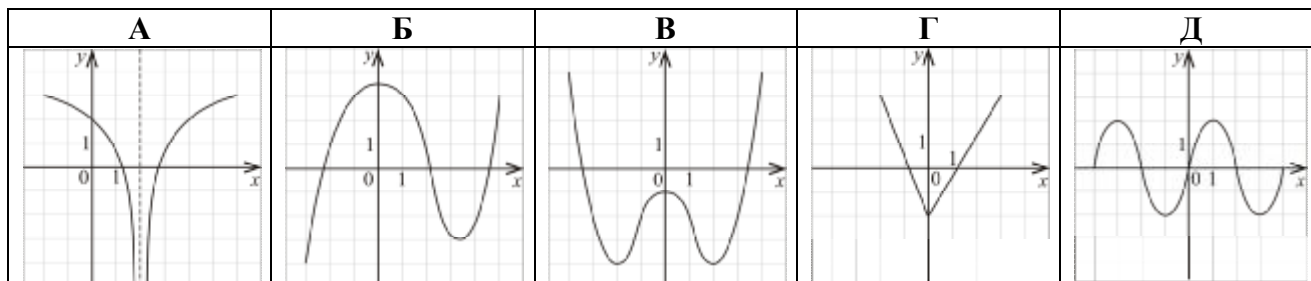
11. Укажіть парну функцію.

А	Б	В	Г	Д
$y = x$	$y = 2^x$	$y = \operatorname{tg} x$	$y = \log_2 x$	$y = x^2$

12. Укажіть непарну функцію.

А	Б	В	Г	Д
$y = x^2 - 4$	$y = -x^2$	$y = x^3 - 1$	$y = \sqrt{x-2}$	$y = x^3 - x$

13. Укажіть рисунок, на якому зображено графік парної функції.



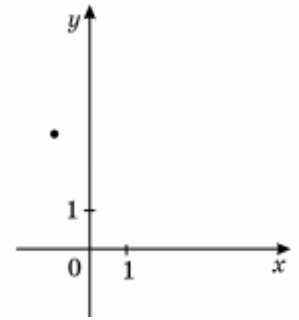
14. Укажіть найменший додатний період функції  $y = 2\operatorname{ctg} 3x$ .

А	Б	В	Г	Д
$2\pi$	$\pi$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$

15. Укажіть найменший додатний період функції  $y = 3\cos \frac{x}{2}$ .

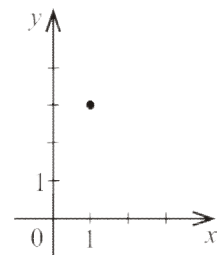
А	Б	В	Г	Д
$2\pi$	$\pi$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{2\pi}{3}$	$4\pi$

16. Графік функції  $f(x)$  проходить через точку, зображену на рисунку. Укажіть функцію  $f(x)$ .



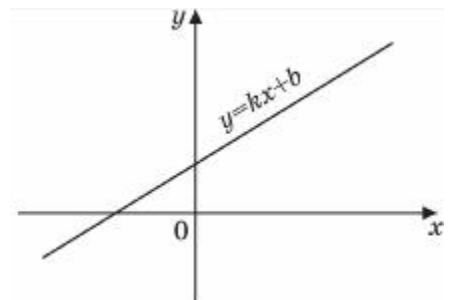
А	Б	В	Г	Д
$f(x) = -x$	$f(x) = \sqrt{x}$	$f(x) = \log_2 x$	$f(x) = x^3$	$f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$

17. Графік функції  $f(x)$  проходить через точку, зображену на рисунку. Укажіть функцію  $f(x)$ .



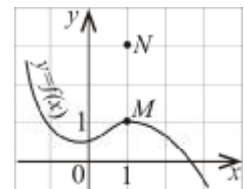
А	Б	В	Г	Д
$f(x) = -x$	$f(x) = \sqrt{x}$	$f(x) = \log_3 x$	$f(x) = 3^x$	$f(x) = x^3$

18. На рисунку зображено графік функції  $y = kx + b$ . Укажіть правильне твердження щодо коефіцієнтів  $k$  і  $b$ .



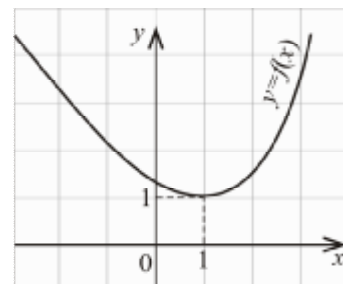
А	Б	В	Г	Д
$\begin{cases} k > 0, \\ b < 0 \end{cases}$	$\begin{cases} k < 0, \\ b > 0 \end{cases}$	$\begin{cases} k < 0, \\ b < 0 \end{cases}$	$\begin{cases} k > 0, \\ b > 0 \end{cases}$	$\begin{cases} k = 0, \\ b > 0 \end{cases}$

19. Графік функції  $y = f(x)$  проходить через точку  $M(1;1)$  (див. рисунок). При якому значенні  $a$  графік функції  $y = f(x) + a$  проходить через точку  $N(1;3)$ ?



А	Б	В	Г	Д
$a = 2$	$a = -2$	такого значення не існує	$a = \frac{1}{3}$	$a = 3$

20. На рисунку зображено графік функції  $y = f(x)$ . Укажіть графік функції  $y = f(x+2)$ .



А	Б	В	Г	Д

21. Який із зображених нижче графіків є графіком функції  $y = -|x+3|$ ?

А	Б	В	Г	Д

22. Знайдіть похідну функції  $y = x^4 + 3 \cos x$ .

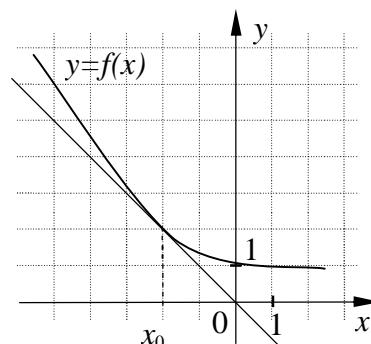
А	Б	В	Г	Д
$y' = 4x^3 + 3 \sin x$	$y' = 4x - 3 \sin x$	$y' = 4x^3 - 3 \sin x$	$y' = \frac{x^5}{5} + 3 \sin x$	$y' = x^3 - 3 \sin x$

23. Обчисліть значення похідної функції  $f(x) = 3 \sin x - 2 \cos x$  у точці  $x_0 = \frac{\pi}{2}$ .

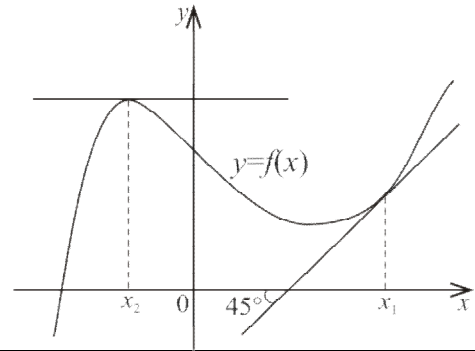
А	Б	В	Г	Д
3	-2	2	-1	1

24. На рисунку зображено графік функції  $y = f(x)$  і дотичну до нього в точці з абсцисою  $x_0$ . Знайдіть  $f'(x_0)$ .

А	Б	В	Г	Д
-2	-1	0	1	2



25. На рисунку зображено графік функції  $y = f(x)$  та дотичні до нього в точках з абсцисами  $x_1$  та  $x_2$ . Користуючись геометричним змістом похідної, знайдіть  $f'(x_1) + f'(x_2)$ .



А	Б	В	Г	Д
1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	$\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$

26. Тіло рухається прямолінійно за законом  $s(t) = \frac{2}{3}t^3 - 2t^2 + 4t$  (час  $t$  вимірюється в секундах, шлях  $s$  – у метрах). Визначте прискорення його руху в момент  $t = 10$  с.

А	Б	В	Г	Д
$164 \text{ м/с}^2$	$60 \text{ м/с}^2$	$36 \text{ м/с}^2$	$20 \text{ м/с}^2$	$10 \text{ м/с}^2$

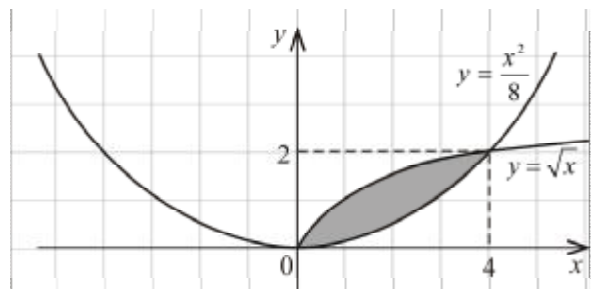
27. Тіло рухається прямолінійно за законом  $s(t) = t^2(t + 2)$  (час  $t$  вимірюється в секундах, шлях  $s$  – у метрах). Визначте його швидкість через 2 секунди після початку руху.

А	Б	В	Г	Д
$2 \text{ м/с}$	$8 \text{ м/с}$	$20 \text{ м/с}$	$16 \text{ м/с}$	$24 \text{ м/с}$

28. Знайдіть проміжки спадання функції  $y = \frac{2}{3}x^3 + \frac{x^2}{2}$ .

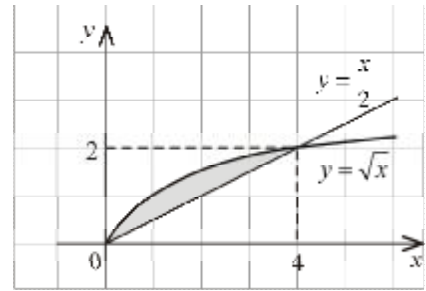
А	Б	В	Г	Д
$[-1; -0,5]$	$[-0,25; 0,25]$	$[-0,5; 0]$	$[-0,75; -0,25]$	$[0; 0,5]$

29. На рисунку зображено графіки функцій  $y = \frac{x^2}{8}$  та  $y = \sqrt{x}$ . Укажіть формулу для обчислення площі зафарбованої фігури.



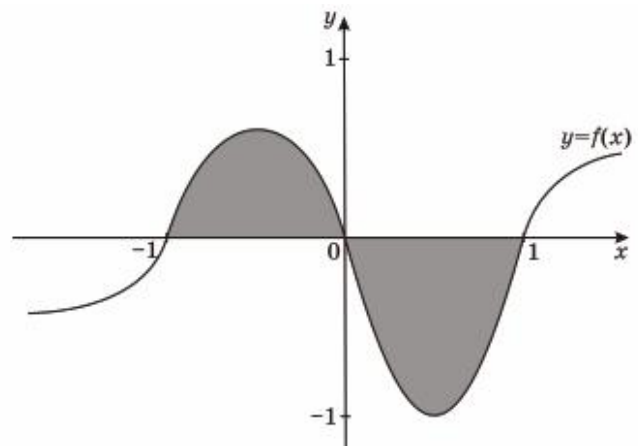
А	Б	В	Г	Д
$\int_0^4 \sqrt{x} dx$	$\int_0^2 \left( \frac{x^2}{8} - \sqrt{x} \right) dx$	$\int_0^2 \left( \sqrt{x} - \frac{x^2}{8} \right) dx$	$\int_0^4 \left( \frac{x^2}{8} - \sqrt{x} \right) dx$	$\int_0^4 \left( \sqrt{x} - \frac{x^2}{8} \right) dx$

30. На рисунку зображено графіки функцій  $y = \sqrt{x}$  та  $y = \frac{x}{2}$ . Укажіть формулу для обчислення площі зафарбованої фігури.



А	Б	В	Г	Д
$\int_0^2 \left( \sqrt{x} - \frac{x}{2} \right) dx$	$\int_0^2 \left( \frac{x}{2} - \sqrt{x} \right) dx$	$\int_0^4 \left( \sqrt{x} - \frac{x}{2} \right) dx$	$\int_0^4 \left( \frac{x}{2} - \sqrt{x} \right) dx$	$\int_0^4 \sqrt{x} dx$

31. На рисунку зображено графік функції  $y = f(x)$ . Укажіть формулу для обчислення площі зафарбованої фігури.



А	Б	В	Г	Д
$\int_{-1}^1 f(x) dx$	$\int_{-1}^0 f(x) dx - \int_0^1 f(x) dx$	$\int_0^1 f(x) dx - \int_{-1}^0 f(x) dx$	$2 \int_{-1}^0 f(x) dx$	$2 \int_0^1 f(x) dx$

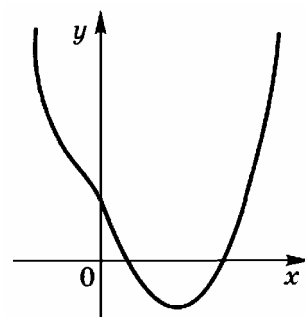
## Завдання з короткою відповіддю

У завданнях 32-40 правильна відповідь оцінюється 2 балами

32. Обчисліть суму перших дванадцяти непарних натуральних чисел.
33. Обчисліть суму перших десяти членів арифметичної прогресії  $(a_n)$ , якщо  $a_1 = 2$ ,  $a_2 = 5$ .
34. Знайдіть перший член геометричної прогресії  $(b_n)$ , для якої  $b_2 + b_4 = 300$  і  $b_1 + b_3 = 100$ .
35. Обчисліть суму перших двадцяти членів арифметичної прогресії  $(a_n)$ , якщо  $a_1 = 2$ ,  $a_7 = 20$ .
36. Обчисліть суму всіх членів нескінченно спадної геометричної прогресії, у якої  $b_n = 5 \cdot 3^{-n}$ .

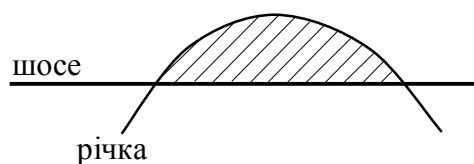
37. На рисунку зображено графік функції  $f(x) = x^4 - x^2 + bx + c$ .  
Визначте знаки параметрів  $b$  і  $c$ . У відповідь запишіть номер правильного варіанта відповіді.

1.  $\begin{cases} b > 0, \\ c > 0. \end{cases}$     2.  $\begin{cases} b > 0, \\ c < 0. \end{cases}$     3.  $\begin{cases} b < 0, \\ c > 0. \end{cases}$     4.  $\begin{cases} b < 0, \\ c < 0. \end{cases}$



38. Знайдіть найбільше значення функції  $y = \frac{1}{3 \sin x + 5}$ . Якщо функція не має найбільшого значення, то у відповідь запишіть число 100.
39. Знайдіть найбільше значення функції  $y = x^3 - 3x^2 + 2$  на відрізку  $[-1; 1]$ .

40. Річка тече лугом і двічі перетинає шосе, утворюючи криву  $y = 3x - x^2$ . Яка площа лугу між шосе та річкою (у  $\text{км}^2$ ), якщо вважати, що лінія шосе збігається з віссю  $Ox$  (див. рисунок)? Одиниця довжини – 1 км.



## Завдання з розгорнутою відповіддю

Розв'язання завдань 41-46 повинні мати обґрунтування. Запишіть послідовні логічні дії та пояснення, зробіть посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання завдань рисунками, графіками, схемами, таблицями.

41. Побудуйте графік функції  $y = \frac{x^3 - x^2}{2|x-1|}$ .

42. Побудуйте графік функції  $y = \frac{\sqrt{-x} + |4 - \sqrt{-x}|}{2}$ .

43. Задано функцію  $f(x) = 3x^4 - 4x^3 - 12x^2$ .

1. Знайдіть проміжки зростання та спадання, точки екстремуму та екстремуми функції  $f$ .
2. Побудуйте ескіз графіка функції  $f$ .
3. Знайдіть кількість коренів рівняння  $f(x) = a$  ( $a \in R$ ) залежно від значень параметра  $a$ .

44. Задано функцію  $f(x) = 4x^6 - 6x^4 + 3$ .

1. Знайдіть проміжки зростання та спадання, точки екстремуму та екстремуми функції  $f$ .
2. Побудуйте ескіз графіка функції  $f$ .
3. Знайдіть усі значення параметра  $a$ , при яких рівняння  $f(x) = a$  має точно два різних корені.

45. На лузі біля річки треба огородити ділянку прямокутної форми, що прилягає до прямолінійного берега річки (з боку річки огорожа не встановлюється) (див. рисунок). Завезено 200 погонних метрів огорожі. Якими мають бути розміри відповідного прямокутника, щоб його площа була найбільшою?



46. Задано функції  $f(x) = x^2 + 1$  і  $g(x) = 7 - x$ .

1. Знайдіть абсциси точок перетину графіків функцій  $f(x)$  і  $g(x)$ . У прямокутній системі координат зобразіть фігуру, обмежену цими графіками.
2. Обчисліть площу фігури, обмеженої графіками функцій  $f(x)$  і  $g(x)$ .

## Розділ 4. Елементи комбінаторики, початки теорії ймовірностей та елементи статистики

### Завдання з вибором однієї правильної відповіді

Завдання 1-10 мають по п'ять варіантів відповіді, серед яких лише один правильний. Правильно виконане завдання оцінюється 1 балом.

1. Скільки всього різних п'ятицифрових чисел (без повторення цифр) можна утворити з цифр 1, 3, 5, 7, 9?

А	Б	В	Г	Д
90	100	115	120	145

2. Скільки всього різних шестицифрових чисел, що діляться на п'ять, можна утворити із цифр 1, 2, 3, 4, 5, 6 (у числах цифри не повинні повторюватися)?

А	Б	В	Г	Д
720	120	100	80	24

3. Скільки всього різних двоцифрових чисел можна утворити із цифр 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9, не повторюючи цифр у числах?

А	Б	В	Г	Д
17	18	36	72	81

4. До складу української Прем'єр-ліги з футболу входять 16 команд. Упродовж сезону кожні дві команди грають між собою 2 матчі. Скільки всього матчів буде зіграно за сезон?

А	Б	В	Г	Д
256	240	200	128	120

5. У туриста є 10 однакових за розмірами консервних банок, серед яких 4 – з тушкованим м'ясом, 6 – з рибою. Під час зливи етикетки відклеїлися. Турист наважання взяв одну банку. Яка ймовірність того, що вона буде з рибою?

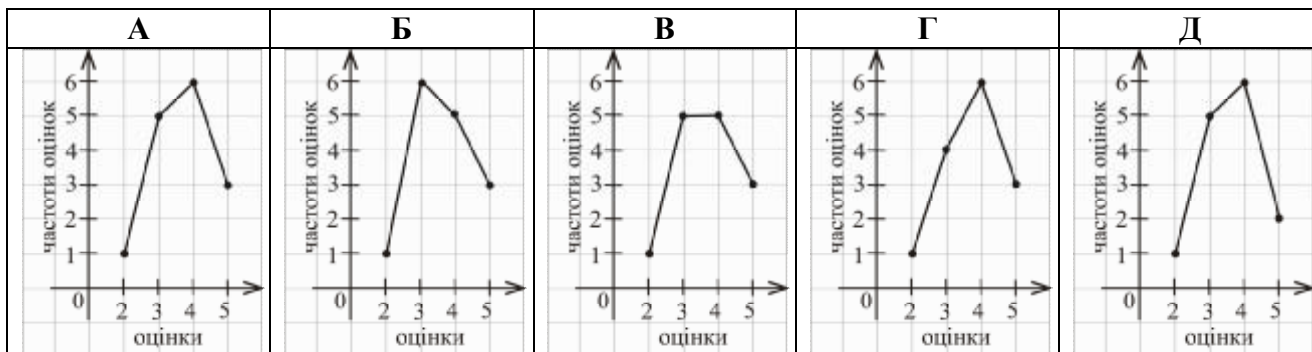
А	Б	В	Г	Д
$\frac{1}{10}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{2}{5}$

6. З натуральних чисел від 1 до 30 учень наважання називає одне. Яка ймовірність того, що це число є дільником числа 30?

А	Б	В	Г	Д
$\frac{1}{30}$	$\frac{2}{30}$	$\frac{4}{15}$	$\frac{6}{15}$	$\frac{7}{15}$



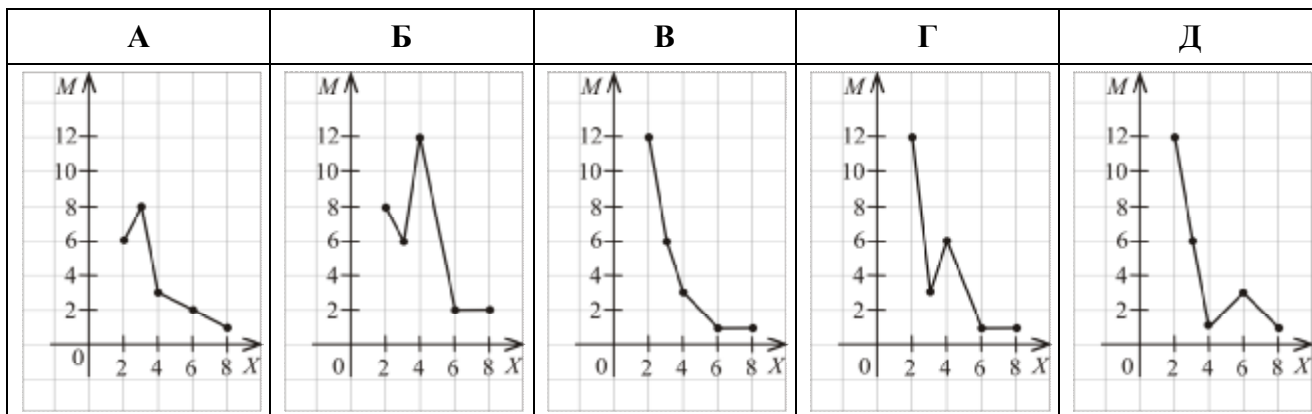
7. Група студентів із 15 осіб написала контрольну роботу з вищої математики. Оцінки, одержані студентами за виконання контрольної роботи, виявилися такими: 4, 2, 4, 4, 5, 3, 3, 4, 5, 3, 5, 3, 4, 4, 3. Укажіть полігон частот, що відповідає цьому ряду даних.



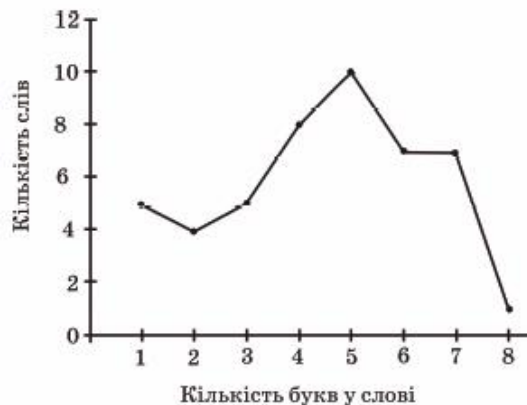
8. Серед учнів одного класу проведено опитування щодо кількості книг, прочитаних ними під час літніх канікул. Результати цього опитування подано в таблиці.

$X$	2	3	4	6	8
$M$	12	6	3	1	1

( $X$  – кількість книг, прочитаних учнем за канікули,  $M$  – кількість учнів, які прочитали таку кількість книг). На якому з указаних полігонів правильно проілюстровано заданий розподіл частот?



9. В уривку художнього твору 47 слів мають різну кількість букв. Укажіть моду даного розподілу за допомогою зображеного на рисунку полігона частот.



А	Б	В	Г	Д
2	4	5	8	10

10. Задано 25 чисел. Серед них число 9 повторюється 12 разів, число 8 – 9 разів, число 15 – 4 рази. Знайдіть середнє арифметичне заданих чисел.

А	Б	В	Г	Д
13,4	12	11	10,2	9,6

### Завдання з короткою відповіддю

У завданнях 11-16 правильна відповідь оцінюється 2 балами

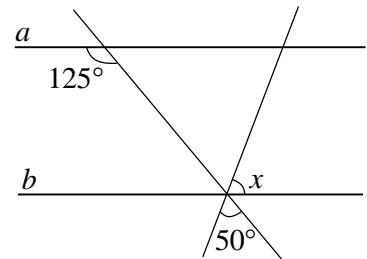
11. У коробці є 80 цукерок, із яких 44 з чорного шоколаду, а решта – з білого. Визначте ймовірність того, що навмання взята цукерка з коробки буде з білого шоколаду.
12. У скриньці знаходяться 10 білих і 16 чорних кульок. Із скриньки навмання виймають одну кульку і відкладають її у бік. Ця кулька – білого кольору. Потім зі скриньки навмання виймають ще одну кульку. Яка ймовірність того, що ця кулька також буде білою?
13. В ящику 4 білих, 5 червоних і кілька синіх кульок. Знайдіть загальну кількість кульок в ящику, якщо ймовірність витягти навмання синю кульку дорівнює  $\frac{1}{4}$ .
14. У сумці лежать яблука, серед яких 8 – червоні, решта – жовті. Знайдіть кількість жовтих яблук у сумці, якщо ймовірність витягти навмання червоне яблуко дорівнює 0,4.
15. Середній вік одинадцяти футболістів команди становить 22 роки. Під час гри одного з футболістів було вилучено з поля, після чого середній вік гравців, що залишилися, став дорівнювати 21 рік. Скільки років футболісту, який залишив поле?
16. У фермерському господарстві „Надія” кожен рік озимою пшеницею засівають 600 га полів. Середня врожайність цієї культури в 2007 році становила 24 центнери з одного гектара. Завдяки сприятливим погодним умовам у 2008 році озимої пшениці було зібрано на 19 200 центнерів більше, ніж у 2007. Обчисліть середню врожайність озимої пшениці, вирощеної у господарстві „Надія” в 2008 році (у ц/га). (Середня врожайність сільськогосподарської культури – це відношення маси зібраного врожаю цієї культури до загальної площі полів, на яких вона була вирощена.)

## Розділ 5. Планіметрія

### Завдання з вибором однієї правильної відповіді

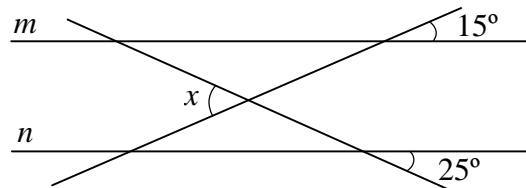
Завдання 1-14 мають по п'ять варіантів відповіді, серед яких лише один правильний. Правильно виконане завдання оцінюється 1 балом.

1. Прямі  $a$  і  $b$  паралельні. Знайдіть градусну міру кута  $x$ , зображеного на рисунку.



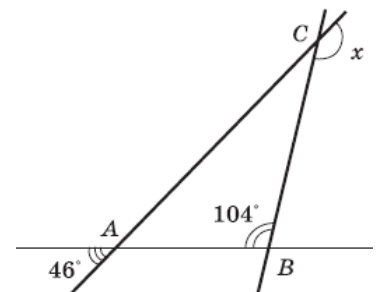
А	Б	В	Г	Д
$50^\circ$	$60^\circ$	$65^\circ$	$75^\circ$	$85^\circ$

2. Прямі  $m$  і  $n$  паралельні. Знайдіть градусну міру кута  $x$ , зображеного на рисунку.



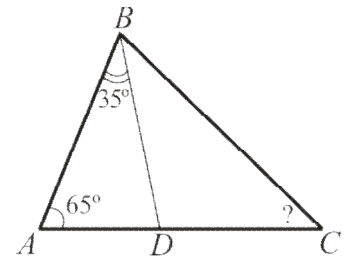
	Б	В	Г	Д
$40^\circ$	$45^\circ$	$50^\circ$	$80^\circ$	$140^\circ$

3. Знайдіть градусну міру кута  $x$ , зображеного на рисунку.



А	Б	В	Г	Д
$95^\circ$	$120^\circ$	$140^\circ$	$150^\circ$	$160^\circ$

4. У трикутнику  $ABC$ :  $\angle A = 65^\circ$ ,  $BD$  – бісектриса кута  $B$  (див. рисунок). Знайдіть градусну міру кута  $BCA$ , якщо  $\angle ABD = 35^\circ$ .

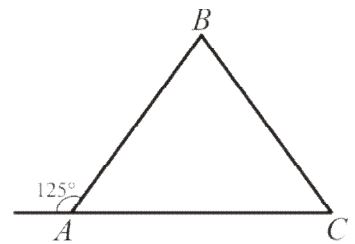


А	Б	В	Г	Д
$35^\circ$	$45^\circ$	$50^\circ$	$55^\circ$	$65^\circ$

5. У трикутнику  $ABC$ :  $\angle A = 42^\circ$ ,  $\angle B = 64^\circ$ . Із вершин кутів  $A$  і  $C$  проведені бісектриси трикутника, що перетинаються в точці  $O$ . Знайдіть градусну міру кута  $AOC$ .

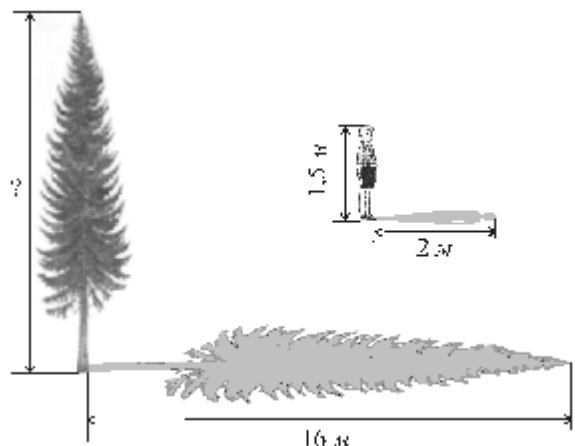
А	Б	В	Г	Д
$76^\circ$	$106^\circ$	$111^\circ$	$122^\circ$	$127^\circ$

6. Градусна міра зовнішнього кута  $A$  рівнобедреного трикутника  $ABC$  ( $AB = BC$ ) дорівнює  $125^\circ$  (див. рисунок). Знайдіть градусну міру внутрішнього кута  $B$ .



А	Б	В	Г	Д
$30^\circ$	$40^\circ$	$50^\circ$	$60^\circ$	$70^\circ$

7. У сонячний день довжина тіні від дерева становить  $16$  м. У той самий час тінь від хлопчика, який має зріст  $1,5$  м, дорівнює  $2$  м (див. рисунок). Визначте висоту дерева.



А	Б	В	Г	Д
$12$ м	$12,5$ м	$13$ м	$14$ м	$15,5$ м

8. Знайдіть довжину сторони  $BC$  трикутника  $ABC$ , якщо  $\angle A = 45^\circ$ ,  $\angle C = 30^\circ$ ,  $AB = 3$  см.

А	Б	В	Г	Д
$4$ см	$4,5$ см	$\sqrt{6}$ см	$3\sqrt{3}$ см	$3\sqrt{2}$ см

9. У трикутнику  $ABC$ :  $BC = 8$  см,  $\angle BAC = 45^\circ$ . Знайдіть радіус кола, описаного навколо цього трикутника.

А	Б	В	Г	Д
$4\sqrt{2}$ см	8 см	$8\sqrt{3}$ см	12 см	16 см

10. Гострий кут паралелограма дорівнює  $60^\circ$ , а його сторони – 3 см і 4 см. Обчисліть довжину меншої діагоналі паралелограма.

А	Б	В	Г	Д
$\sqrt{37}$ см	$\sqrt{31}$ см	5 см	$\sqrt{19}$ см	$\sqrt{13}$ см

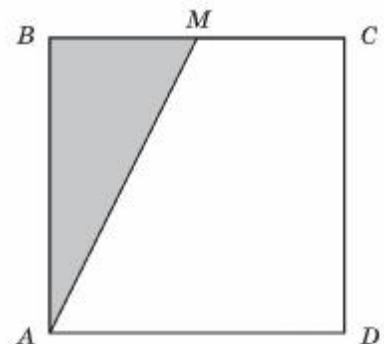
11. Сторони трикутника, одна з яких на 8 см більша за другу, утворюють кут  $120^\circ$ , а довжина третьої сторони дорівнює 28 см. Знайдіть периметр трикутника.

А	Б	В	Г	Д
84 см	72 см	64 см	60 см	56 см

12. Сторони трикутника, одна з яких удвічі більша за другу, утворюють кут  $120^\circ$ , а довжина третьої сторони дорівнює  $3\sqrt{7}$  см. Знайдіть довжину найменшої сторони трикутника.

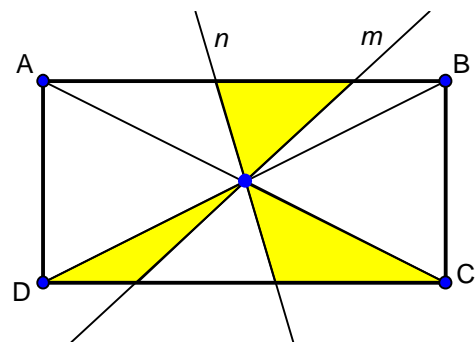
А	Б	В	Г	Д
2 см	3 см	4 см	$\sqrt{7}$ см	$3\sqrt{\frac{7}{3}}$ см

13. Точка  $M$  – середина сторони квадрата  $ABCD$  (див. рисунок). Площа зафарбованої частини дорівнює  $7$  см<sup>2</sup>. Знайдіть площу всього квадрата.



А	Б	В	Г	Д
14 см <sup>2</sup>	21 см <sup>2</sup>	28 см <sup>2</sup>	35 см <sup>2</sup>	42 см <sup>2</sup>

14. У прямокутнику  $ABCD$  прями  $m$  і  $n$  проходять через точку перетину діагоналей (див. рисунок). Площа фігури, що складається з трьох зафарбованих трикутників, дорівнює  $12$  см<sup>2</sup>. Обчисліть площу прямокутника  $ABCD$ .



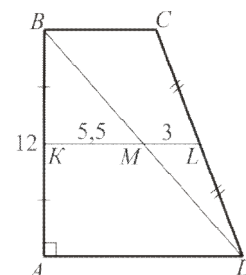
А	Б	В	Г	Д
24 см <sup>2</sup>	30 см <sup>2</sup>	36 см <sup>2</sup>	42 см <sup>2</sup>	48 см <sup>2</sup>

## Завдання з короткою відповіддю

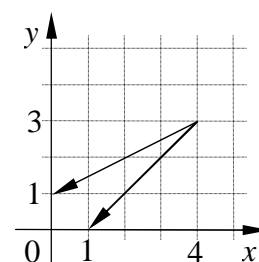
У завданнях 15-20 правильна відповідь оцінюється 2 балами

15. У рівнобічну трапецію вписано коло. Точка дотику кола ділить бічну сторону трапеції на відрізки завдовжки 8 см і 18 см. Знайдіть периметр трапеції (у см).

16. У трапеції  $ABCD$ :  $\angle A = 90^\circ$ ,  $AB = 12$  см (див. рисунок). Діагональ  $BD$  ділить середню лінію  $KL$  трапеції на відрізки  $KM$  і  $ML$ , причому  $KM = 5,5$  см і  $ML = 3$  см. Обчисліть периметр трапеції  $ABCD$  (у см).



17. Обчисліть скалярний добуток векторів, зображених на рисунку.



18. Сторона рівностороннього трикутника  $ABC$  дорівнює 5. Обчисліть скалярний добуток  $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$ .

19. Знайдіть величину кута між векторами  $\vec{a}$  і  $\vec{b} + \vec{c}$  (у градусах), якщо  $\vec{a} (2; 2)$ ,  $\vec{b} (2; 4)$  і  $\vec{c} (-2; -6)$ .

20. Паралелограм  $ABCD$  побудовано на векторах  $\vec{a}$  і  $\vec{b}$  як на сторонах. Відомо, що  $|\vec{a}| = 3$ ,  $|\vec{b}| = 5$ ,  $|\vec{a} + \vec{b}| = 7$ . Знайдіть величину кута між векторами  $\vec{a}$  і  $\vec{b}$  (у градусах).

## Розділ 6. Стереометрія

### Завдання з вибором однієї правильної відповіді

Завдання 1-15 мають по п'ять варіантів відповіді, серед яких лише один правильний. Правильно виконане завдання оцінюється 1 балом.

1. Задано дві мимобіжні прямі  $a$  і  $b$ . Скільки існує різних площин, що проходять через пряму  $a$  і є паралельними прямій  $b$ ?

А	Б	В	Г	Д
жодної	одна	дві	три	безліч

2. Укажіть УСІ ПРАВИЛЬНІ твердження.

- I. Через точку  $A$ , що не належить площині  $\alpha$ , можна провести лише одну пряму, паралельну площині  $\alpha$ .
- II. Через точку  $A$ , що не належить площині  $\alpha$ , можна провести лише одну площину, паралельну площині  $\alpha$ .
- III. Через точку  $A$ , що не належить площині  $\alpha$ , можна провести лише одну пряму, перпендикулярну до площини  $\alpha$ .
- IV. Через точку  $A$ , що не належить площині  $\alpha$ , можна провести лише одну площину, перпендикулярну до площини  $\alpha$ .

А	Б	В	Г	Д
II	II, III	I, IV	I, III, IV	II, III, IV

3. Знайдіть координати точки  $M$ , відносно якої симетричні точки  $E(-3; 8; 7)$  і  $F(-9; 6; 1)$ .

А	Б	В	Г	Д
$(-6; 7; 4)$	$(-12; 14; 8)$	$(0; 0; 0)$	$(3; 1; 3)$	інша відповідь

4. Знайдіть відстань від точки  $A(2; 3; -6)$  до координатної площини  $xy$ .

А	Б	В	Г	Д
-6	2	3	6	7

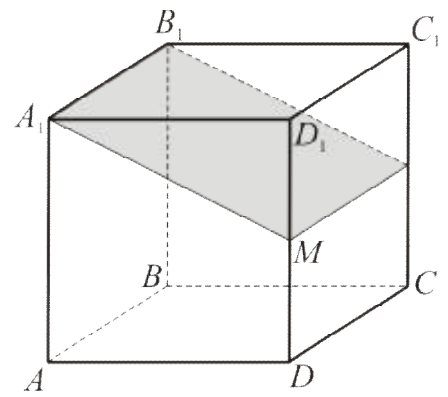
5. Ортогональною проекцією відрізка з кінцями в точках  $A(-1; 0; 5)$  і  $B(-1; 0; 8)$  на координатну площину  $xy$  є

А	Б	В	Г	Д
пряма	промінь	відрізок	точка	фігура, що відрізняється від перелічених

6. Знайдіть вектор  $\vec{c} = 2\vec{a} - \vec{b}$ , якщо  $\vec{a}(3; -1; 2)$ ,  $\vec{b}(-2; 2; 5)$ .

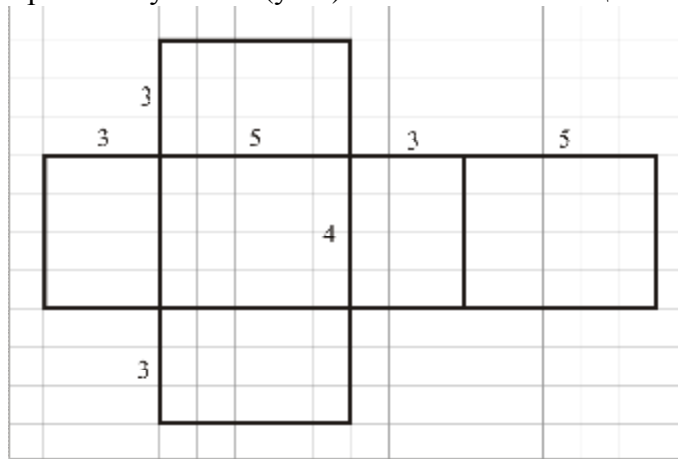
А	Б	В	Г	Д
$\vec{c}(5; -3; -3)$	$\vec{c}(4; 0; -1)$	$\vec{c}(8; 0; -1)$	$\vec{c}(4; -4; -1)$	$\vec{c}(8; -4; -1)$

7. У кубі  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  точка  $M$  є серединою ребра  $DD_1$  (див. рисунок). Через цю точку і ребро  $A_1 B_1$  проведено площину. Знайдіть площу утвореного перерізу, якщо ребро куба дорівнює  $10\text{ см}$ .



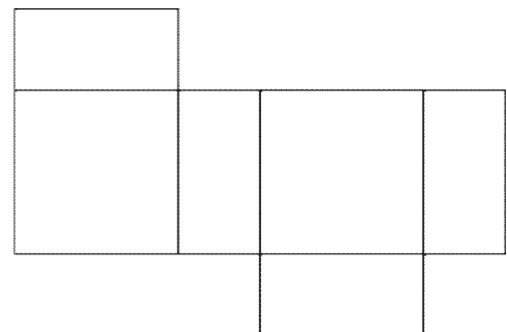
А	Б	В	Г	Д
$25\sqrt{3}\text{ см}^2$	$50\text{ см}^2$	$50\sqrt{5}\text{ см}^2$	$75\text{ см}^2$	$100\text{ см}^2$

8. На рисунку зображено розгортку поверхні тіла, складену з шести попарно рівних прямокутників, розміри яких вказано (у  $\text{см}$ ). Обчисліть об'єм цього тіла.



А	Б	В	Г	Д
$36\text{ см}^3$	$75\text{ см}^3$	$45\text{ см}^3$	$60\text{ см}^3$	інша відповідь

9. На рисунку зображено розгортку поверхні тіла, що складається з двох квадратів і чотирьох однакових прямокутників, довжини сторін яких –  $3\text{ см}$  і  $6\text{ см}$ . Обчисліть об'єм цього тіла.



А	Б	В	Г	Д
$108\text{ см}^3$	$54\text{ см}^3$	$144\text{ см}^3$	$36\text{ см}^3$	інша відповідь



10. Свинцеву кулю радіуса 5 см переплавили в кульки однакового розміру, радіус кожної з яких – 1 см. Скільки таких кульок одержали? Втратами свинцю під час переплавлення знехтуйте.

А	Б	В	Г	Д
125	50	25	10	5

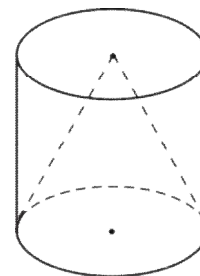
11. Знайдіть об'єм тіла, утвореного обертанням круга навколо свого діаметра, довжина якого дорівнює  $a$  см.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{4}{3}\pi a^3 \text{ см}^3$	$\frac{2}{3}\pi a^3 \text{ см}^3$	$\frac{1}{3}\pi a^3 \text{ см}^3$	$\frac{1}{6}\pi a^3 \text{ см}^3$	$\frac{1}{12}\pi a^3 \text{ см}^3$

12. Знайдіть об'єм тіла, утвореного обертанням куба навколо свого ребра, довжина якого дорівнює  $a$  см.

А	Б	В	Г	Д
$4a^3 \text{ см}^3$	$\pi a^3 \text{ см}^3$	$2\pi a^3 \text{ см}^3$	$4\pi a^3 \text{ см}^3$	$(2 + 2\sqrt{2})\pi a^2 \text{ см}^3$

13. Із циліндра виточено конус так, що його основа збігається з однією з основ циліндра, а вершина – із центром іншої основи циліндра (див. рисунок). Знайдіть відношення об'єму сточеної частини циліндра до об'єму конуса.



А	Б	В	Г	Д
3:1	2:1	1:2	3:2	2:3

14. З дерев'яної циліндричної заготовки, осьовим перерізом якої є квадрат, виточили більярдну кулю найбільшого об'єму (див. рисунок). Визначте відношення об'єму кулі до об'єму всієї заготовки.



А	Б	В	Г	Д
2:3	3:4	1:2	1:3	1:4

15. Паралельно осі циліндра, на відстані  $2\text{ см}$  від неї, проведено площину. Утворений переріз циліндра є квадратом. Знайдіть його площу, якщо площа бічної поверхні циліндра дорівнює  $8\sqrt{3}\pi\text{ см}^2$ .

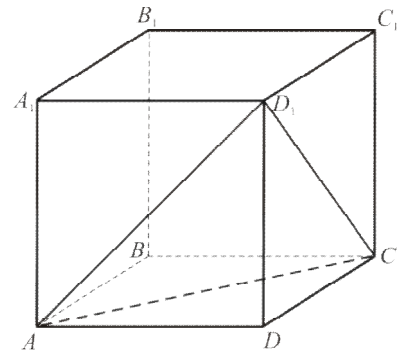
А	Б	В	Г	Д
$4\sqrt{3}\text{ см}^2$	$8\text{ см}^2$	$6\sqrt{2}\text{ см}^2$	$16\text{ см}^2$	$8\sqrt{6}\text{ см}^2$

### Завдання з короткою відповіддю

У завданнях 16-26 правильна відповідь оцінюється 2 балами

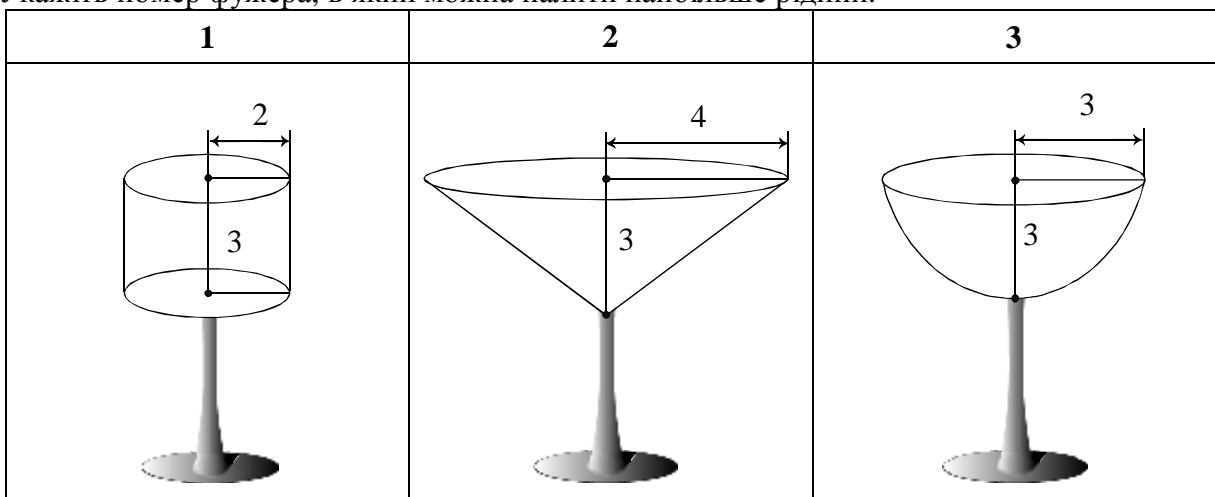
16. Знайдіть величину кута між векторами  $\vec{a}-\vec{b}$  і  $\vec{c}$  (у градусах), якщо  $\vec{a}(3; 5; -4)$ ,  $\vec{b}(-2; 5; -4)$  і  $\vec{c}(0; 0; 2)$ .
17. Кулю перетнули площиною на відстані  $12\text{ см}$  від її центра. Площа утвореного перерізу дорівнює  $25\pi\text{ см}^2$ . Знайдіть довжину радіуса кулі (у  $\text{см}$ ).

18. Об'єм куба  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  дорівнює  $216\text{ см}^3$  (див. рисунок). Обчисліть об'єм піраміди  $D_1 ACD$  (у  $\text{см}^3$ ).

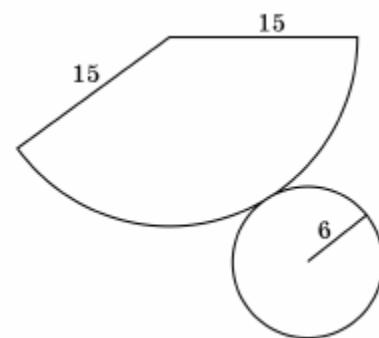


19. Апофема правильної чотирикутної піраміди дорівнює  $2\sqrt{3}\text{ см}$  і нахилена під кутом  $60^\circ$  до площини основи. Знайдіть об'єм піраміди (у  $\text{см}^3$ ).

20. Укажіть номер фужера, в який можна налити найбільше рідини.



21. Кімната має форму прямокутного паралелепіпеда (ширина кімнати – 4 м, довжина – 5 м, висота – 2,5 м). Площа стін кімнати дорівнює 0,8 площі бічної поверхні цього паралелепіпеда. Скільки фарби (у кг) потрібно для того, щоб повністю пофарбувати стіни і стелю цієї кімнати, якщо на  $1 \text{ м}^2$  витрачається 0,25 кг фарби?
22. Основою прямого паралелепіпеда є ромб з гострим кутом  $60^\circ$  і більшою діагоналлю  $6\sqrt{3}$  см. Менша діагональ паралелепіпеда утворює з площиною основи кут  $45^\circ$ . Знайдіть площу бічної поверхні паралелепіпеда (у  $\text{см}^2$ ).
23. Висота правильної чотирикутної піраміди дорівнює 3 см. Апофема утворює з площиною основи кут  $60^\circ$ . Обчисліть площу бічної поверхні піраміди (у  $\text{см}^2$ ).
24. Металеву кулю радіуса  $R = \sqrt[3]{16}$  переплавили в конус, висота якого дорівнює 8. Знайдіть відношення площі бічної поверхні конуса до площі його основи.
25. На рисунку зображено розгортку конуса. Знайдіть відношення площі повної поверхні цього конуса до площі його бічної поверхні.



26. Висота конуса дорівнює 4 см, радіус основи – 3 см. Знайдіть відношення площі основи конуса до площі його бічної поверхні.

### Завдання з розгорнутою відповіддю

**Розв'язання завдань 27-33 повинні мати обґрунтування. Запишіть послідовні логічні дії та пояснення, зробіть посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання завдань рисунками, графіками, схемами, таблицями.**

27. Основою піраміди є прямокутний трикутник з катетом  $a$  і прилеглим до нього гострим кутом  $\beta$ . Бічні грані піраміди, що містять катети цього трикутника, перпендикулярні до площини основи, а третя бічна грань нахилена до основи під кутом  $\phi$ . Знайдіть довжину висоти піраміди.
28. У правильній трикутній піраміді  $SABC$  через її висоту  $SO$  і бічне ребро  $SB$  проведено площину. Площа утвореного перерізу в 4 рази менша за площу повної поверхні піраміди. Знайдіть величину двогранного кута при основі піраміди.

29. У правильній чотирикутній піраміді  $SABCD$  ( $S$  – вершина) бічне ребро вдвічі більше за сторону основи. Знайдіть величину кута між медіаною трикутника  $SDC$ , проведеною з вершини  $D$ , та середньою лінією трикутника  $ASC$ .
30. У правильній трикутній піраміді  $SABC$  з основою  $ABC$  бічне ребро вдвічі більше за сторону основи. Точки  $K$  і  $L$  є серединами ребер  $AC$  і  $BC$  відповідно. Через пряму  $KL$ , паралельно до ребра  $SC$ , проведено площину  $\alpha$ . Знайдіть величину кута між площиною  $\alpha$  і площиною  $(ABC)$ .
31. Основою прямого паралелепіпеда є квадрат  $ABCD$  зі стороною  $3$  см. Бічне ребро  $AA_1$  дорівнює  $4$  см. Знайдіть площу перерізу паралелепіпеда площиною, що проходить через вершину  $A$ , перпендикулярно до прямої  $BA_1$  (у  $см^2$ ).
32. Радіус основи конуса дорівнює  $R$ , твірна нахилена до площини основи під кутом  $\alpha$ . Через вершину конуса проведено площину під кутом  $\varphi$  до його висоти. Ця площина перетинає основу конуса по хорді. Знайдіть площу утвореного перерізу.
33. Основою піраміди є рівносторонній трикутник зі стороною  $a$ . Одна з бічних граней перпендикулярна до площини основи, а дві інші – нахилені до основи під кутом  $\alpha$ . Знайдіть об'єм піраміди.